跳扩散模型下的欧式障碍期权的定价

王 莉,杜雪樵
(合肥工业大学数学系,合肥,230009)

摘 要 本文在标的资产价格服从跳扩散模型的假设下,运用 Girsanov 定理获得了价格过程的等价鞅测度,用期权定价的鞅方法得出障碍期权的定价公式.

关键词 障碍期权,跳扩散过程,Girsanov 定理,期权定价
中图分类号 O211.6 **文献标识码** A

1. 引 言

期权是风险管理的核心工具,是一种客观的选择权,它可以给期权的购买者一种在规定期限内按交易双方约定的价格(敲定价)购买或出售一定数量的某种金融资产的权利.障碍期权是指在其生效过程中受到一定限制的期权.其报酬依赖于标的资产的价值在一段时间内是否达到了一个特定的水平.一种类型叫敲出期权,当标的资产的价格达到一个特定的障碍 H 时,该期权作废;另一类叫做敲入期权,当标的资产的价格达到某障碍时,期权才生效.其目的是把投资者的收益或损失控制在一定范围之内.每种敲出或敲入期权依赖障碍 H 与敲定价格 K 的大小关系分为上升、下降两种:当 $H<K$,称为下降;当 $H>K$ 时称为上升;又依赖未定权益的不同分为看涨、看跌两种.因此我们有8种障碍期权:

上升敲入看涨期权:$(S_T-K)^+\cdot I_{(\tau_H\le T)}, H>K$;

上升敲入看跌期权:$(K-S_T)^+\cdot I_{(\tau_H\le T)}, H>K$;

上升敲出看涨期权:$(S_T-K)^+\cdot I_{(\tau_H> T)}, H>K$;

上升敲出看跌期权:$(K-S_T)^+\cdot I_{(\tau_H> T)}, H>K$;

下降敲入看涨期权:$(S_T-K)^+\cdot I_{(\tau_H\le T)}, H<K$;

下降敲入看跌期权:$(K-S_T)^+\cdot I_{(\tau_H\le T)}, H<K$;

下降敲出看涨期权:$(S_T-K)^+\cdot I_{(\tau_H> T)}, H>K$;

下降敲出看跌期权:$(K-S_T)^+\cdot I_{(\tau_H> T)}, H>K$,

其中 $\tau_H=\inf\{t>0, S_t=H\}$.

本文讨论的是标的资产价格服从跳扩散过程的障碍期权的定价问题.

收稿日期:2008-03-26.

2. 风险资产模型

考虑一个具有两个资产(B_t, S_t)的金融市场，B_t 为无风险债券，价格过程满足 $dB_t = rB_t dt$，常数 r 为无风险利率．S_t 为风险资产，其价格满足下面的随机方程[1]：

$$\frac{dS_t}{S_t} = (\mu - \lambda h)dt + \sigma dW_t + h dN_t, \tag{1}$$

式中，常数 μ 和 σ 分别为 S_t 的期望收益率、波动率，h（常数）为风险资产价格的相对跳跃高度；$(W_t)_{t\geq 0}$是定义在概率空间(Ω, F, P)上的标准布朗运动．$\{F_S\}$是由$(W_t)_{t\geq 0}$生成的自然 σ-代数．$(N_t)_{t\geq 0}$是强度为 λ 的 poisson 过程．$h > -1$（否则会出现负的价格）．$(W_t)_{t\geq 0}$，$(N_t)_{t\geq 0}$相互独立．这是一个不完备的市场，等价鞅测度的选取决定了未定权益的定价．不失一般性，我们以下都假定文中用到的 P 都是等价鞅测度，即市场中任何风险资产的价格关于无风险资产 B_t 的贴现过程在 P 中均为鞅．令

$$Z_t^* = \exp\{-\frac{\eta - r}{\sigma}W_t - \frac{1}{2}(\frac{\eta - r}{\sigma})^2 t\}, \frac{dP^*}{dP} = Z_t^*,$$

其中 $\eta = \mu - \lambda h$，由 Girsanov 定理可知，$W_t^* = W_t + \frac{\eta - r}{\sigma}t$ 是 P^* 下的标准布朗运动．再令 $Z_t^{**} = \exp\{aW_t^* - \frac{1}{2}a_2 t\}$，其中 $a = \frac{\frac{\sigma^2}{2} - r}{\sigma} = \frac{\sigma^2 - 2r}{2\sigma}$，$\frac{dQ}{dP^*} = Z_t^{**}$．由 Girsanov 定理可知，$W_t^Q = W_t^* - at$ 是 Q 标准布朗运动．此时，原生资产的价格过程为

$$S_t = S_0(1 + h)^{N_t}\exp\{\sigma W_t^Q\}.$$

记 $M_T^{W^Q} = \sup_{0\leq t\leq T} W_t^Q$，则有

引理[2]　W_T^Q 与 $M_T^{W^Q}$ 的联合分布密度 $f(x, y)$ 为

$$f(x, y) = \begin{cases} 0, & x > y \text{或} y < 0, \\ \sqrt{\frac{2}{\pi}}\frac{2y - x}{T^{\frac{3}{2}}}e^{-\frac{(2y-x)^2}{2T}}, & y \geq 0, y \geq x. \end{cases}$$

3. 跳扩散模型下的欧式障碍期权的定价公式

我们以上升敲入看跌期权为例，即在初始时，确定两个价格水平，一个为敲定价格 K，一个为障碍价格 H，如果标的资产价格达到 H 时，敲入期权有效，其未定权益为

$$(K - S_T)^+ I_{(\tau_H \leq T)}, H > K,$$

其中 $\tau_H = \inf\{t > 0, S_t = H\}$．

定理 1　原生资产价格服从随机过程$\frac{dS_t}{S_t} = (\mu - \lambda h)dt + \sigma dW_t + h dN_t$ 的上升敲入看跌障碍期权的定价公式为

$$P_{put}^{up, in} = Ke^{-\frac{2a}{\sigma}\ln\frac{H}{S_0} - (r+\lambda)T}\sum_{n=0}^{+\infty}\frac{(\lambda T)^n}{n!}e^{\frac{2a}{\sigma}n\ln(1+h)}N(d_1)$$

$$- S_0 e^{-\frac{2(a-\sigma)}{\sigma}\ln\frac{H}{S_0}-(r+\lambda-\frac{\sigma^2-2a\sigma}{2}T)} \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{[(1+h)\lambda T]^n}{n!} e^{\frac{2(a-\sigma)}{\sigma}n\ln(1+h)} N(d_2),$$

其中

$$d_1 = \frac{\frac{1}{\sigma}(\ln\frac{K}{S_0} - n\ln(1+h)) - \frac{2}{\sigma}(\ln\frac{H}{S_0} - n\ln(1+h)) + aT}{\sqrt{T}},$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T-t} = \frac{\frac{1}{\sigma}(\ln\frac{K}{S_0} - n\ln(1+h)) - \frac{2}{\sigma}(\ln\frac{H}{S_0} - n\ln(1+h)) + (a-\sigma)T}{\sqrt{T}}.$$

证明 欧式期权的价格等于对其未定权益折现后在 P^* 测度下求期望[3]，则由文献[4]可得

$$\begin{aligned} P_{put}^{up,in} &= e^{-rT} \cdot E^{P^*}((K - S_T)^+ \cdot I_{(\tau_H \le T)}) \\ &= e^{-rT} \cdot E^Q((\frac{K - S_T}{Z_T^{**}})^+ \cdot I_{(\tau_H \le T)}) \\ &= E^Q((K \cdot e^{-aW_T^Q-(r+\frac{a^2}{2})T} - S_0(1+h)^{N_T} e^{-(a-\sigma)W_T^Q-(r+\frac{a^2}{2})T})^+ \cdot I_{(\tau_H \le T)}). \end{aligned} \tag{2}$$

因为 $\tau_H \le T \Leftrightarrow M_T^S \ge H$，则(2)式等价于

$$\begin{aligned} P_{put}^{up,in} &= e^{-(r+\frac{a^2}{2})T} E^Q[K \cdot e^{-aW_T^Q} - S_0(1+h)^{N_T} e^{-(a-\sigma)W_T^Q} : W_T^Q < \frac{1}{\sigma}(\ln\frac{K}{S_0} - N_T\ln(1+h)), \\ & M_T^{W^Q} \ge \frac{1}{\sigma}(\ln\frac{H}{S_0} - N_T\ln(1+h))] \\ &= e^{-(r+\frac{a^2}{2})T} E^Q[K \cdot e^{-aW_T^Q} : W_T^Q < \frac{1}{\sigma}(\ln\frac{K}{S_0} - N_T\ln(1+h)), M_T^{W^Q} \ge \frac{1}{\sigma}(\ln\frac{H}{S_0} - N_T\ln(1+h))] \\ &\quad - e^{-(r+\frac{a^2}{2})T} E^Q[S_0(1+h)^{N_T} e^{-(a-\sigma)W_T^Q} : W_T^Q < \frac{1}{\sigma}(\ln\frac{K}{S_0} - N_T\ln(1+h)), \\ &\qquad M_T^{W^Q} \ge \frac{1}{\sigma}(\ln\frac{H}{S_0} - N_T\ln(1+h))] \\ &= e^{-(r+\frac{a^2}{2})T}(A - B). \end{aligned} \tag{3}$$

其中，

$$\begin{aligned} A &= \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(\lambda T)^n}{n!} e^{-\lambda T} \int_{-\infty}^{\frac{1}{\sigma}(\ln\frac{K}{S_0}-n\ln(1+h))} \int_{\frac{1}{\sigma}(\ln\frac{H}{S_0}-n\ln(1+h))}^{+\infty} Ke^{-ax} f(x,y)\,dxdy \\ &= \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(\lambda T)^n}{n!} e^{-\lambda T} \int_{-\infty}^{\frac{1}{\sigma}(\ln\frac{K}{S_0}-n\ln(1+h))} Ke^{-ax} (\int_{\frac{1}{\sigma}(\ln\frac{H}{S_0}-n\ln(1+h))}^{+\infty} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{2y - x}{T^{\frac{3}{2}}} e^{-\frac{(2y-x)^2}{2T}} dy)\,dx \\ &= \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(\lambda T)^n}{n!} e^{-\lambda T} \int_{-\infty}^{\frac{1}{\sigma}(\ln\frac{K}{S_0}-n\ln(1+h))} Ke^{-ax} \frac{1}{\sqrt{2\pi T}} e^{\frac{-[\frac{2}{\sigma}(\ln\frac{H}{S_0}-n\ln(1+h))-x]^2}{2T}} dx \\ &= \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(\lambda T)^n}{n!} e^{-\lambda T} K e^{-\frac{2a}{\sigma}(\ln\frac{H}{S_0}-n\ln(1+h))+\frac{a^2}{2}T} \int_{-\infty}^{\frac{1}{\sigma}(\ln\frac{K}{S_0}-n\ln(1+h))} \frac{1}{\sqrt{2\pi T}} e^{-[\frac{-\frac{2}{\sigma}(\ln\frac{H}{S_0}-n\ln(1+h))-aT-x]^2}{2T}} dx \\ &= K e^{-\frac{2a}{\sigma}\ln\frac{H}{S_0}+(\frac{a^2}{2}-\lambda)T} \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(\lambda T)^n}{n!} e^{\frac{2a}{\sigma}n\ln(1+h)} N(\frac{\frac{1}{\sigma}(\ln\frac{K}{S_0} - n\ln(1+h)) - \frac{2}{\sigma}(\ln\frac{H}{S_0} - n\ln(1+h)) + aT}{\sqrt{T}}), \end{aligned}$$

$$B = \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(\lambda T)^n}{n!} e^{-\lambda T} \int_{-\infty}^{\frac{1}{\sigma}(\ln\frac{K}{S_0}-n\ln(1+h))} \int_{\frac{1}{\sigma}(\ln\frac{H}{S_0}-n\ln(1+h))}^{+\infty} S_0(1+h)^n e^{-(a-\sigma)x} f(x,y)\,dxdy$$

$$= \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(\lambda T)^n}{n!} e^{-\lambda T} \int_{-\infty}^{\frac{1}{\sigma}(\ln\frac{K}{S_0} - n\ln(1+h))} S_0(1+h)^n e^{-(a-\sigma)x} \left(\int_{\frac{1}{\sigma}(\ln\frac{H}{S_0} - n\ln(1+h))}^{+\infty} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{2y-x}{T^{\frac{3}{2}}} e^{-\frac{(2y-x)^2}{2T}} dy \right) dx$$

$$= \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(\lambda T)^n}{n!} e^{-\lambda T} S_0(1+h)^n \int_{-\infty}^{\frac{1}{\sigma}(\ln\frac{K}{S_0} - n\ln(1+h))} e^{-(a-\sigma)x} \frac{1}{\sqrt{2\pi T}} e^{\frac{-[\frac{2}{\sigma}(\ln\frac{H}{S_0} - n\ln(1+h)) - x]^2}{2T}} dx$$

$$= \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(\lambda T)^n}{n!} e^{[\frac{(a-\sigma)^2}{2} - \lambda]T - \frac{2(a-\sigma)}{\sigma}(\ln\frac{H}{S_0} - n\ln(1+h))} S_0(1+h)^n$$

$$\cdot \int_{-\infty}^{\frac{1}{\sigma}(\ln\frac{K}{S_0} - n\ln(1+h))} \frac{1}{\sqrt{2\pi T}} e^{\frac{-[\frac{2}{\sigma}(\ln\frac{H}{S_0} - n\ln(1+h)) - (a-\sigma)T - x]^2}{2T}} dx$$

$$= S_0 e^{[\frac{(a-\sigma)^2}{2} - \lambda]T - \frac{2(a-\sigma)}{\sigma}\ln\frac{H}{S_0}} \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(\lambda T)^n}{n!} e^{\frac{2(a-\sigma)}{\sigma} n\ln(1+h)} (1+h)^n$$

$$\cdot \int_{-\infty}^{\frac{1}{\sigma}(\ln\frac{K}{S_0} - n\ln(1+h)} \frac{1}{\sqrt{2\pi T}} e^{\frac{-[\frac{2}{\sigma}(\ln\frac{H}{S_0} - n\ln(1+h)) - (a-\sigma)T - x]^2}{2T}} dx$$

$$= S_0 e^{[\frac{(a-\sigma)^2}{2} - \lambda]T - \frac{2(a-\sigma)}{\sigma}\ln\frac{H}{S_0}} \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{[(1+h)\lambda T]^n}{n!} e^{\frac{2(a-\sigma)}{\sigma} n\ln(1+h)}$$

$$\cdot N\left(\frac{\frac{1}{\sigma}(\ln\frac{K}{S_0} - n\ln(1+h) - \frac{2}{\sigma}(\ln)\frac{H}{S_0} - n\ln(1+h)) + (a-\sigma)T}{\sqrt{T}} \right).$$

将 A 和 B 代入(3)式即得证.

说明　当 $\lambda = 0$ 时,即为 Black-Scholes 市场模型下的上升敲入看跌障碍期权的定价公式为

$$P_{put}^{up,in} = Ke^{-\frac{2a}{\sigma}\ln\frac{H}{S_0} - rT} N\left(\frac{\frac{1}{\sigma}\ln\frac{K}{S_0} - \frac{2}{\sigma}\ln\frac{H}{S_0} + aT}{\sqrt{T}} \right)$$

$$- S_0 e^{-\frac{2(a-\sigma)}{\sigma}\ln\frac{H}{S_0} - [r - \frac{\sigma^2 - 2a\sigma}{2}]T} N\left(\frac{\frac{1}{\sigma}\ln\frac{K}{S_0} - \frac{2}{\sigma}\ln\frac{H}{S_0} + (a-\sigma)T}{\sqrt{T}} \right),$$

与文献[4]结论一致.

定理 2　原生资产价格服从随机过程 $\frac{dS_t}{S_t} = (\mu - \lambda h)dt + \sigma dW_t + hdN_t$ 的上升敲入看涨障碍期权的定价公式为

$$C^{up,in} = Ke^{-\frac{2a}{\sigma}\ln\frac{H}{S_0} - (r+\lambda)T} \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(\lambda T)^n}{n!} e^{\frac{2a}{\sigma} n\ln(1+h)} [N(d_1) - 1]$$

$$+ S_0 e^{-\frac{2(a-\sigma)}{\sigma}\ln\frac{H}{S_0} - (r+\lambda - \frac{\sigma^2 - 2a\sigma}{2})T} \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{[(1+h)\lambda T]^n}{n!} e^{\frac{2(a-\sigma)}{\sigma} n\ln(1+h)} [1 - N(d_2)],$$

其中

$$d_1 = \frac{\frac{1}{\sigma}(\ln\frac{K}{S_0} - n\ln(1+h)) - \frac{2}{\sigma}(\ln\frac{H}{S_0} - n\ln(1+h)) + aT}{\sqrt{T}},$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T-t} = \frac{\frac{1}{\sigma}(\ln\frac{K}{S_0} - n\ln(1+h)) - \frac{2}{\sigma}(\ln\frac{H}{S_0} - n\ln(1+h)) + (a-\sigma)T}{\sqrt{T}}.$$

证明　因为 $(S_T - K)^+ - (K - S_T)^+ = S_T - K$,则

$$C_{callt}^{up,in} - P_{put}^{up,in} = e^{-rT} \cdot E^{P^*}((S_T - K) \cdot I_{(\tau_H \le T)})]$$

$$= e^{-(r+\frac{a^2}{2})T} E^Q[S_0(1+h)^{N_T} e^{-(a-\sigma)W_T^Q} - K \cdot e^{-aW_T^Q} : M_T^{W^Q} \ge \frac{1}{\sigma}(\ln \frac{H}{S_0} - N_T \ln(1+h))]$$

$$= e^{-(r+\frac{a^2}{2})T} E^Q[S_0(1+h)^{N_T} e^{-(a-\sigma)W_T^Q} : M_T^{W^Q} \ge \frac{1}{\sigma}(\ln \frac{H}{S_0} - N_T \ln(1+h))]$$

$$- e^{-(r+\frac{a^2}{2})T} E^Q[K \cdot e^{-aW_T^Q} : M_T^{W^Q} \ge \frac{1}{\sigma}(\ln \frac{H}{S_0} - N_T \ln(1+h))]$$

$$= e^{-(r+\frac{a^2}{2})T}(C - D),$$

其中

$$C = \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(\lambda T)^n}{n!} e^{-\lambda T} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{\frac{1}{\sigma}(\ln\frac{H}{S_0} - n\ln(1+h))}^{+\infty} S_0(1+h)^n e^{-(a-\sigma)x} \cdot f(x,y)\,dxdy$$

$$= \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(\lambda T)^n}{n!} e^{-\lambda T} \cdot S_0(1+h)^n \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-(a-\sigma)x} \frac{1}{\sqrt{2\pi T}} \cdot e^{\frac{-[\frac{2}{\sigma}(\ln\frac{H}{S_0} - n\ln(1+h)) - x]^2}{2T}} dx$$

$$= S_0 e^{[\frac{(a-\sigma)^2}{2} - \lambda]T - \frac{2(a-\sigma)}{\sigma}\ln\frac{H}{S_0}} \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{[(1+h)\lambda T]^n}{n!} e^{\frac{2(a-\sigma)}{\sigma} n \ln(1+h)},$$

$$D = \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(\lambda T)^n}{n!} e^{-\lambda T} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{\frac{1}{\sigma}(\ln\frac{H}{S_0} - n\ln(1+h))}^{+\infty} K e^{-ax} \cdot f(x,y)\,dxdy$$

$$= \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(\lambda T)^n}{n!} e^{-\lambda T} \int_{-\infty}^{+\infty} K e^{-ax} \left(\int_{\frac{1}{\sigma}(\ln\frac{H}{S_0} - n\ln(1+h))}^{+\infty} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{2y - x}{T^{\frac{3}{2}}} e^{\frac{(2y-x)^2}{2T}} dy \right) dx$$

$$= \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(\lambda T)^n}{n!} e^{-\lambda T} \int_{-\infty}^{+\infty} K e^{-ax} \frac{1}{\sqrt{2\pi T}} \cdot e^{\frac{-[\frac{2}{\sigma}(\ln\frac{H}{S_0} - n\ln(1+h)) - x]^2}{2T}} dx$$

$$= K e^{-\frac{2a}{\sigma}\ln\frac{H}{S_0} + (\frac{a^2}{2} - \lambda)T} \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(\lambda T)^n}{n!} e^{\frac{2a}{\sigma} n \ln(1+h)}.$$

由定理1知

$$P_{put}^{up,in} = K e^{-\frac{2a}{\sigma}\ln\frac{H}{S_0} - (r+\lambda)T} \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(\lambda T)^n}{n!} e^{\frac{2a}{\sigma} n \ln(1+h)} N(d_1)$$

$$- S_0 e^{-\frac{2(a-\sigma)}{\sigma}\ln\frac{H}{S_0} - (r+\lambda - \frac{\sigma^2 - 2a\sigma}{2})T} \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{[(1+h)\lambda T]^n}{n!} e^{\frac{2(a-\sigma)}{\sigma} n \ln(1+h)} N(d_2),$$

所以

$$C^{up,in} = P^{up,in} + e^{-(r+\frac{a^2}{2})T} \{ S_0 e^{[\frac{(a-\sigma)^2}{2} - \lambda]T - \frac{2(a-\sigma)}{\sigma}\ln\frac{H}{S_0}} \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{[(1+h)\lambda T]^n}{n!} e^{\frac{2(a-\sigma)}{\sigma} n \ln(1+h)}$$

$$- K e^{-\frac{2a}{\sigma}\ln\frac{H}{S_0} + (\frac{a^2}{2} - \lambda)T} \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(\lambda T)^n}{n!} e^{\frac{2a}{\sigma} n \ln(1+h)} \}$$

$$= K e^{-\frac{2a}{\sigma}\ln\frac{H}{S_0} - (r+\lambda)T} \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(\lambda T)^n}{n!} e^{\frac{2a}{\sigma} n \ln(1+h)} [N(d_1) - 1]$$

$$- S_0 e^{-\frac{2(a-\sigma)}{\sigma}\ln\frac{H}{S_0} - (r+\lambda - \frac{\sigma^2 - 2a\sigma}{2})T} \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{[(1+h)\lambda T]^n}{n!} e^{\frac{2(a-\sigma)}{\sigma} n \ln(1+h)} [1 - N(d_2)],$$

其中

$$d_1 = \frac{\frac{1}{\sigma}(\ln\frac{K}{S_0} - n\ln(1+h)) - \frac{2}{\sigma}(\ln\frac{H}{S_0} - n\ln(1+h)) + aT}{\sqrt{T}},$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T-t} = \frac{\frac{1}{\sigma}(\ln\frac{K}{S_0} - n\ln(1+h)) - \frac{2}{\sigma}(\ln\frac{H}{S_0} - n\ln(1+h)) + (a-\sigma)T}{\sqrt{T}}.$$

定理得证.

又因为

$$\begin{aligned} C^{up,in} - P^{up,in} &= e^{-(r+\frac{a^2}{2})T}\Big\{S_0 e^{[\frac{(a-\sigma)^2}{2}-\lambda]T\frac{2(a-\sigma)}{\sigma}\ln\frac{H}{S_0}} \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{[(1+h)\lambda T]^n}{n!} e^{\frac{2(a-\sigma)}{\sigma}n\ln(1+h)} \\ &\quad - Ke^{\frac{2a}{\sigma}\ln\frac{H}{S_0}+(\frac{a^2}{2}-\lambda)T} \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(\lambda T)^n}{n!} e^{\frac{2a}{\sigma}n\ln(1+h)}\Big\} \\ &= e^{-(r+\frac{a^2}{2})T}\Big\{S_0 e^{[\frac{(a-\sigma)^2}{2}-\lambda+(1+h)^{\frac{2a-\sigma}{\sigma}}\lambda]T-\frac{2(a-\sigma)}{\sigma}\ln\frac{H}{S_0}} \\ &\quad - Ke^{-\frac{2a}{\sigma}\ln\frac{H}{S_0}+(\frac{a^2}{2}-\lambda+(1+h)^{\frac{2a}{\sigma}}\lambda)T}\Big\} \\ &= S_0 e^{[\frac{-2\sigma a+\sigma^2}{2}-(\lambda+r)+(1+h)^{\frac{2a-\sigma}{\sigma}}\lambda]T-\frac{2(a-\sigma)}{\sigma}\ln\frac{H}{S_0}} - Ke^{-\frac{2a}{\sigma}\ln\frac{H}{S_0}+((1+h)^{\frac{2a}{\sigma}}\lambda-(\lambda+r))T}, \end{aligned}$$

所以有

定理 3　跳扩散模型下上升敲入看跌障碍期权与上升敲入看涨障碍期权的平价关系为

$$\begin{aligned} C^{up,in} - P^{up,in} &= S_0 e^{[\frac{-2\sigma a+\sigma^2}{2}-(\lambda+r)+(1+h)^{\frac{2a-\sigma}{\sigma}}\lambda]T-\frac{2(a-\sigma)}{\sigma}\ln\frac{H}{S_0}} \\ &\quad - Ke^{-\frac{2a}{\sigma}\ln\frac{H}{S_0}+[(1+h)^{\frac{2a}{\sigma}}\lambda-(\lambda+r)]T}. \end{aligned}$$

利用同样的方法可得到其它六种障碍期权的定价，在此就不多累述.

参　考　文　献

[1]　Merton, R. C. Option pricing when underlying stock Returns are discontinous [J], *Journal of Financial Ecnomy*, 1976, May: 125 – 144.

[2]　金治明. 随机分析基础及其应用[M]. 北京：国防工业出版社，2003.

[3]　王寿仁. 概率论基础和随机过程[M]. 北京：科学出版社，1986.

[4]　李　霞，金治明. 障碍期权的定价问题[J]. 经济数学，2004, **21**(3): 200 – 208.

[5]　Kwork Y K. Mathematical models of financial derivatives [M], Verlag Singapore Pte. Ltd, Springer, 1998, 78 – 81.

[6]　Lin X Double barrier hitting time distributions with applications to exoticoption[J], Insurance, 1998, 23, 45 – 58.

PRICING OF EUROPEAN BARRIER OPTIONS ON JUMP-DIFFUSION MODEL

Wang Li, Du Xueqiao

(*College of sciences, Hefei University of Technology, Hefei*, 230009, *China*)

Abstract　assumingthat the stock price process is driven by Poisson jump-diffusion, using Girsanov theorem, the only equivalent martingale measure is obtained. And using martingale measure, the pricing of European barrier options on jump-diffusion model were given.

Key words　Barrier options, jump-diffusion process, martingale measure